

# 电输运测量-霍尔效应测试

张超

## 相关设备:

霍尔效应测试系统 (Ecopia HMS-5000): <https://iscps.westlake.edu.cn/info/1024/1813.htm>

综合物性测量系统 (PPMS-16T): <https://iscps.westlake.edu.cn/info/1024/1601.htm>

## 霍尔效应介绍:

1879年,Edwin H. Hall 发现通电的导体在磁场中出现横向电势差,这一现象就是霍尔效应(Hall Effect)。之后研究者发现半导体中的霍尔效应比导体大几个数量级,从而引起人们对它的重视和深入研究。大约一百年后,Klaus von Klitzing 在研究极低温强磁场中的半导体时发现了整数量子霍尔效应,从而打开了量子霍尔效应的大门。值得一提的是中国科学家在该领域有着突出的贡献,清华大学薛其坤院士团队首次观测到量子反常霍尔效应;复旦大学修发贤课题组首次在三维空间中发现量子霍尔效应。

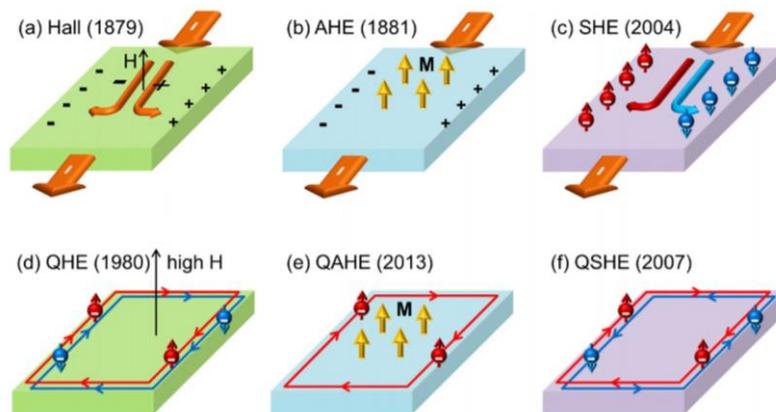


图1 霍尔效应的分类:(a) 霍尔效应;(b) 反常霍尔效应;(c) 自旋霍尔效应;(d) 量子霍尔效应;(e) 量子反常霍尔效应;(f) 量子自旋霍尔效应。(图片来自网络)。

霍尔系数和电导率的测量已经成为研究各种功能材料尤其是半导体材料的重要方法之一。通过测量霍尔系数和电导率,可以得到材料的导电类型、载流子浓度和载流子迁移率等主要参数。若能测得霍尔系数和电导率随温度变化的关系,还可以得出半导体材料的杂质电离能、禁带宽度和杂质补偿度。

下面要介绍的内容为最简单的霍尔效应,不涉及到量子霍尔效应。

## 霍尔效应的基本原理:

某一导体或者半导体材料处在互相垂直的磁场和电场中时,会在样品中产生一个横向的电势差,这个电势差的方向与电流和磁场的方向垂直,这就是霍尔效应。显然,霍尔效应的产生与带电粒子在电场和磁场作用下的运动密切相关。

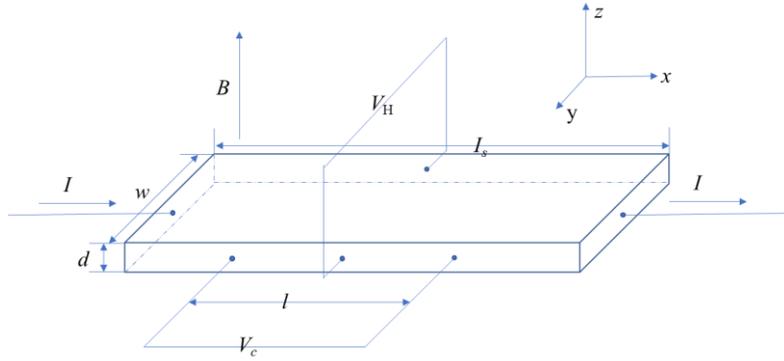


图 2 霍尔条样品的电阻和霍尔效应测试示意图

如图 2 所示，霍尔电场强度  $E_H$  与电流密度  $J$  和磁感应强度  $B$  的乘积成正比，即：

$$E_H = R_H J B \quad (1)$$

式中的  $R_H$  称为霍尔系数。在定义了霍尔电场的正负方向后，霍尔系数有正负之分。若电流沿着  $x$  轴的正方向，磁场沿着  $z$  轴的正方向，则对于  $p$  型半导体来说，霍尔电场沿着  $y$  方向（定义为正方向），此时  $E_H > 0$ ，与此对应的  $R_H > 0$ ，与之相反，对于  $n$  型半导体来说，此时的  $E_H < 0$ ， $R_H < 0$ 。因此，从霍尔系数的正负可以判断半导体材料的导电类型。

以  $p$  型半导体为例，假设空穴浓度为  $p$ ，运动速度为  $v$ ，稳态情况下： $qE_H = qvB$ ， $v = J/qp$  ( $J$  是电流密度， $q$  是电子电量)，因此：

$$E_H = JB/qp \quad (2)$$

由 (1) 和 (2) 得到：

$$R_H = 1/qp \quad (3)$$

对于  $n$  型半导体来说：

$$R_H = -1/qn \quad (4)$$

需要注意的是，上面的霍尔系数是基于半导体材料中的载流子都具有相同的速度的假设上推导出来的。如果考虑载流子速度的统计分布则需要引入霍尔因子  $\gamma_H$ ，因此  $P$  型和  $n$  型半导体材料的实际霍尔系数为：

$$R_H = \gamma_H / qp \quad (p \text{ 型}) \quad (5)$$

$$R_H = -\gamma_H / qn \quad (n \text{ 型}) \quad (6)$$

霍尔因子与载流子散射机理及半导体的能带结构有关系。在弱磁场条件下，对球形等能面的非简并半导体材料有如下结果：长声学波散射时， $\gamma = 1.17$ ；电离杂质散射时， $\gamma = 1.93$ ；混合散射的情况比较复杂，一般取实验值。对于简并和强磁场条件下  $\gamma = 1$ 。

有了霍尔系数，我们就可以得到载流子浓度，结合无磁场条件下的电导率 $\sigma$ ，就可以得到迁移率 $\mu_H$ ：

$$\mu_H = R_H \sigma \quad (7)$$

### 范德堡测试方法：

以图 2 中的霍尔条样品为例， $E_x = V_c/l$ ， $E_y = V_H/w$ ， $J_x = I/wd$ ，其中  $V_c$  是外加电压， $V_H$  是霍尔电压， $l$ ， $w$  和  $d$  分别是霍尔条的长度、宽度和厚度，我们可以得到霍尔系数、霍尔迁移率和载流子浓度：

$$\sigma = \rho^{-1} = J_x/E_x = Il / (V_c wd) \quad (8)$$

$$R_H = E_y / (J_x B) = V_H d / (IB) \quad (9)$$

$$\mu_H = R \sigma = V_H l / V_c w B \quad (10)$$

$$n_H = (eR)^{-1} \quad (11)$$

上面讨论的霍尔条是最简单的几何结构，但并不是最常用的。在实际的测试中，材料的形状可能不是那么规范或者材料不允许做破坏性加工，这时候使用范德堡方法是最方便的。1958 年，van der pauw 提出了这种技术，解决了任意形状的薄层霍尔效应测试的问题。

范德堡方法的特点在于：不需要测量样品的尺寸，要求样品为片状、平整、均一、各向同性和单一整体，无孤立孔洞。

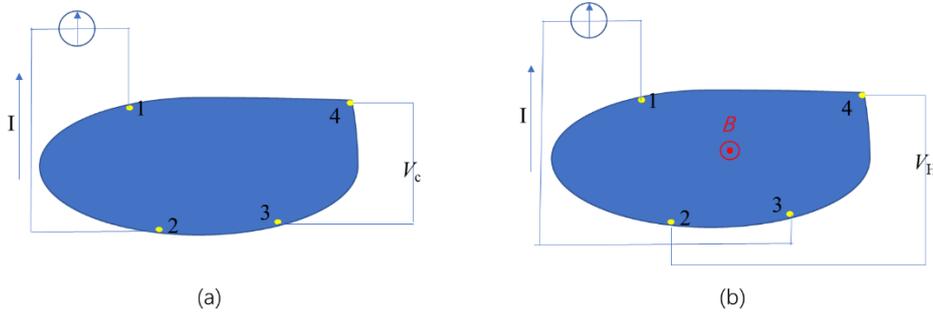


图 3 任意形状样品范德堡测试：(a) 电阻；(b) 霍尔效应

如图 3 所示，接触点 1 和 2 之间加电流  $I$ ，在接触点 3 和 4 之间测量电压  $V_c$ 。令电阻  $R_{ij,kl} = V_{kl}/I_{ij}$ ，其中电流从  $i$  点进入，从接触点  $j$  流出，并且  $V_{kl} = V_k - V_l$ 。当  $B=0$  时，可以得到电阻率为

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \left( \frac{R_{21,34} + R_{32,41}}{2} \right) f \quad (12)$$

$$\frac{Q-1}{Q+1} = \frac{f}{\ln 2} \operatorname{arccosh} \left[ \frac{1}{2} \exp \left( \frac{\ln 2}{f} \right) \right] \quad (13)$$

其中，如果  $R_{21,34} > R_{32,41}$ ，那么  $Q = R_{21,34}/R_{32,41}$ ；如果  $R_{21,34} < R_{32,41}$ ，那么  $Q = R_{32,41}/R_{21,34}$ 。Van der pauw 在 1958 年给出了精度约 2% 的  $f$ - $Q$  曲线，如图 4 所示。

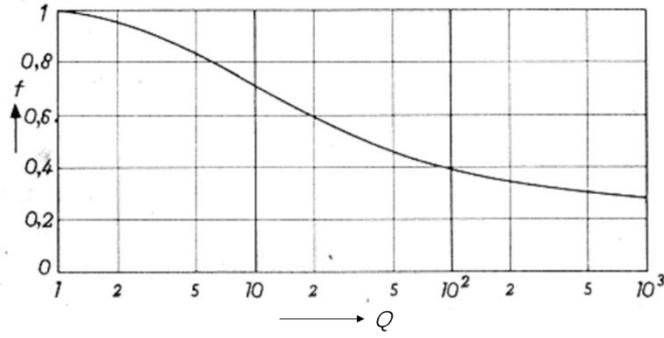


图 4 用于校正不对称样品的范德堡测试结果的  $f$ - $Q$  曲线。[1]

1979 年 Weider 提出了一种计算  $f$  的更简单方法，该方法先计算  $\alpha$ ：

$$Q = \frac{\ln(1/2 - \alpha)}{\ln(1/2 + \alpha)} \quad (14)$$

然后计算  $f$ ：

$$f = \frac{\ln(1/4)}{\ln(1/2 + \alpha) + \ln(1/2 - \alpha)} \quad (15)$$

这里，要求  $-1/2 < \alpha < 1/2$ ，其范围应包括  $Q$  从  $0-\infty$  的所有值。在测试时，保持接触的顺序不变，同时在所有的接触中加反向电流，从而得到平均电阻率。

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \left[ \frac{(R_{21,34} - R_{12,34} + R_{32,41} - R_{23,41}) f_A}{8} + \frac{(R_{43,12} - R_{34,12} + R_{14,23} - R_{41,23}) f_B}{8} \right] \quad (16)$$

其中  $f_A$  和  $f_B$  可以从  $Q_A$  和  $Q_B$  中得到：

$$Q_A = \frac{R_{21,34} - R_{12,34}}{R_{32,41} - R_{23,41}} \quad (17)$$

$$Q_B = \frac{R_{43,12} - R_{34,12}}{R_{14,23} - R_{41,23}} \quad (18)$$

利用图 3 (b) 的结构，还可以测的半导体材料的霍尔系数，此时霍尔系数为：

$$R_H = \frac{d}{B} \left( \frac{R_{31,42} + R_{42,13}}{2} \right) \quad (19)$$

为了减少磁阻效应和其他效应带来的误差，应该在电流和磁场极性上取平均值，霍尔系数为：

$$R_H = \frac{d}{8B} [R_{31,42}(+B) - R_{13,42}(+B) + R_{42,13}(+B) - R_{24,13}(+B) + R_{13,42}(-B) - R_{31,42}(-B) + R_{24,13}(-B) - R_{42,13}(-B)] \quad (20)$$

得到霍尔系数后，就可以得到材料的载流子浓度，结合电阻率，就可以获得材料的霍尔迁移率。

### 霍尔效应测试的样品结构：

制备霍尔效应测试的样品时，可以采用图 5 中几种不同的几何结构，(a) 和 (b) 是霍尔条结构，(c-f) 属于范德堡技术测试样品结构。选用结构主要考虑的因素有：1.样品的有效尺寸；2.实用的制备技术；3.测试时间的限制；4.所需的精确度；5.磁阻测试的需要。

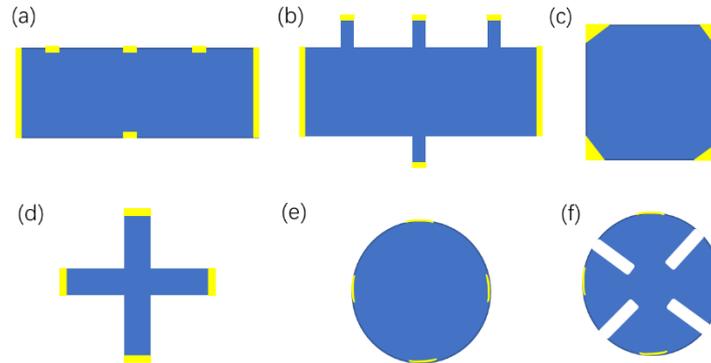


图 5 霍尔测试常用的样品形状和电极结构：(a) 霍尔条；(b) 带接触臂的霍尔条；(c) 正方形；(d) 四臂长度相等的十字架；(e) 圆形；(f) 苜蓿叶形

通常，采用的几何结构取决于样品的尺寸和形状。对于小样品来说，最好的工艺是在其周边制备 4 个非常小的接触电极，用标准的范德堡技术分析。如果块状样品非常小，一般不使用简单的霍尔条结构 (a)，这是因为测量长度和宽度时会导致较大的误差。

如果样品要进行变磁场或者变温测试，那么霍尔条是有优势的，同时也要考虑测试设备能够采用何种技术手段。(b)、(d) 和 (f) 比较适用于高精度的霍尔效应测试，因为接触的尺寸效应对霍尔效应数据的影响要比对电阻数据影响大得多。如果样品要进行磁阻测试，(a) 和 (b) 是最好的。

### 霍尔效应测试注意事项：

- 1) 欧姆接触：在霍尔效应测试中，电极与半导体材料的欧姆接触是非常重要的。一般情况下使用 In/Ga 合金。
- 2) 接触尺寸和位置效应：(a)，(c) 和 (e) 受影响比较大，需要格外小心。一般来说，接触点到外缘的距离小于样品最小边长的 10%，而对于覆盖边缘的霍尔条结构 (a) 和 (b)，应该保证  $l/w > 3$ 。
- 3) 热电误差和热磁误差：Etinghusen effect 会引起热电误差，Nernst effect 和 Righi-leduc effect 会引起热磁误差。这些效应会导致虚假的电动势，影响霍尔电压的测量。测试过程中通过改变电场和磁场的方向可消除 Etinghusen effect 以外的误差。Etinghusen effect 可通过良好的散热减小。
- 4) 导电衬底：如果薄膜半导体材料生长在导电衬底上，衬底的电导率可能会超过薄膜的电导率，这时测量薄膜半导体材料的霍尔效应就需要通过复杂的公式以消除衬底的影响。

5) 非欧姆接触: 霍尔电压端的电流很小, 因此大的接触电阻一般不会导致严重的问题。但是不良的接触可能会形成 pn 结并严重地扭曲电流, 霍尔电压会随着电流强度和极性发生变化。因此, 为了达到最可靠的霍尔效应测试, 应该保证测量值不随电流和磁场的强度、极性的变化而变化。

6) 光电导和光生伏特效应: 除非证明所测材料对光照不灵敏, 否则必须在暗室中进行测试。

7) 少数载流子注入: 在测量过程中, 电场的作用会引起少数载流子的注入。对高寿命和高阻材料, 这种注入往往会使注入点附近电阻率下降。在施加很低电压的情况下, 对样品进行重复测量可以确定是否存在少数载流子的注入。测量时, 在保证精确度的情况下, 尽量选用低电压。

8) 电阻发热现象: 测量时电流不要过大, 做定温测试时, 应做好热连接保证温度准确和良好散热。在施加电流时, 观察电阻率是否随时间变化, 从而确定电阻发热现象的存在与否。

9) 高频影响: 高频的信号干扰会导致感应电流的产生, 影响测试结果, 因此要对高频电磁波进行屏蔽。

10) 各向异性材料: 对于各向异性材料来说, 测量时需要注意电流、磁场与晶轴的取向关系。

11) 表面处理: 霍尔效应是体效应, 但对于高阻材料, 仍需降低表面漏电流。不同的表面处理也会影响电阻率与霍尔系数的测量值, 尤其对薄层材料影响更为严重。

#### **参考文献:**

[1] L.J.v.d. Pauw, A METHOD OF MEASURING SPECIFIC RESISTIVITY AND HALL EFFECT OF DISCS OF ARBITRARY SHAPE, 1991.